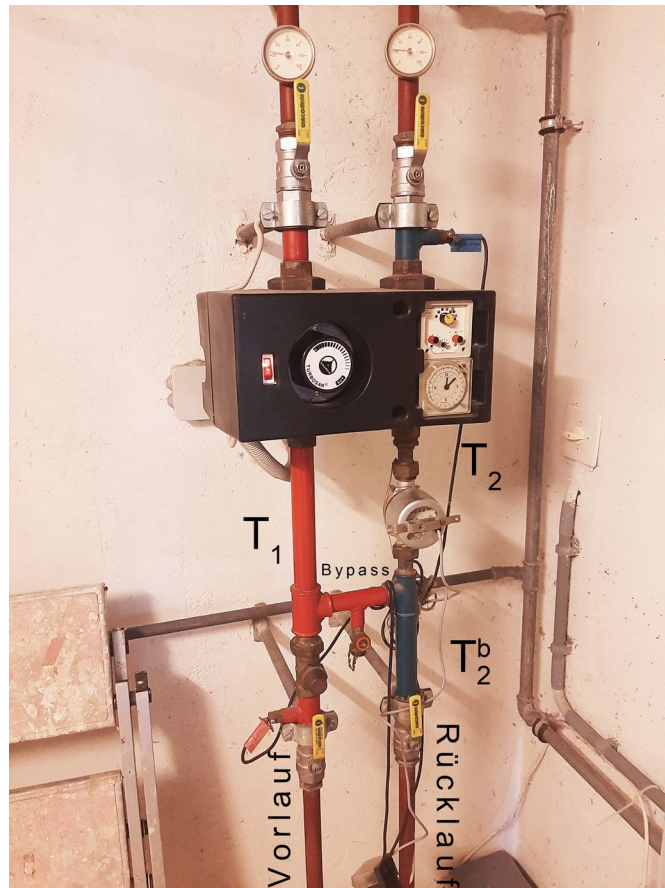


Einsparung der Heizkosten durch Entfernen der Bypässe

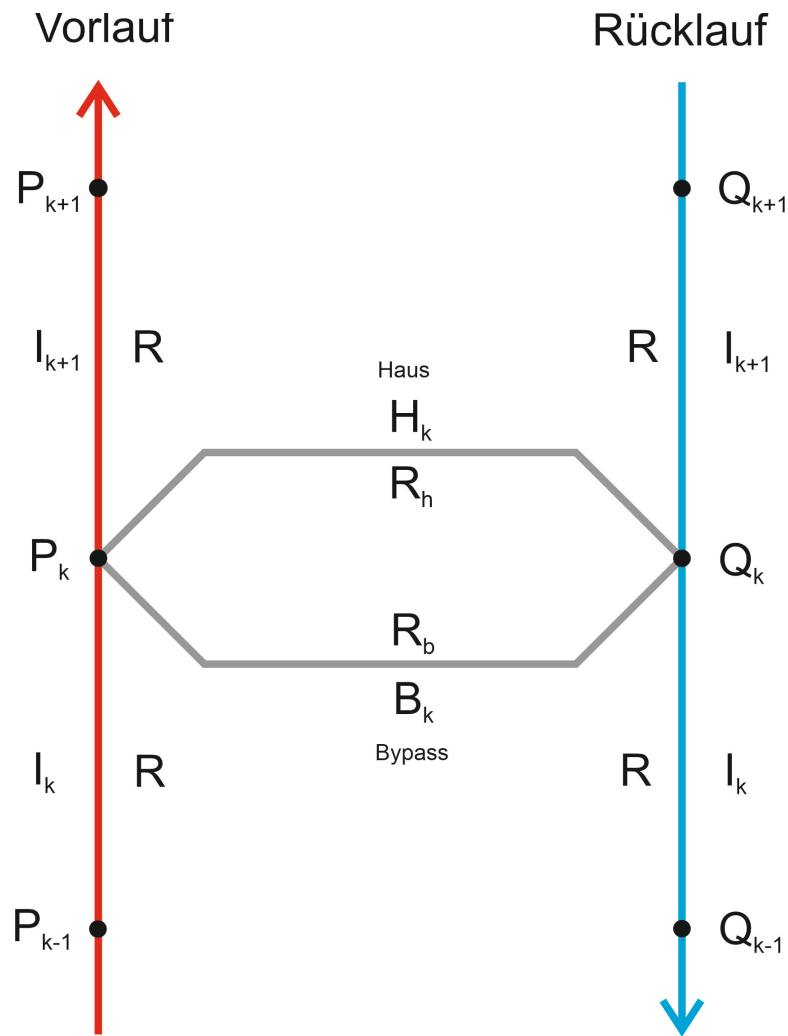
Zuletzt aktualisiert am 20. Juli 2026 von Ulrich Utiger

In jedem Reihenhaushaus hat es vor den Unterstationen einen Bypass zwischen Vor- und Rücklauf (siehe Foto unten). Dieser ist ein Überbleibsel der ersten Heizung. Er wurde eingebaut, um einen Mindestvolumenstrom zu garantieren für eine Pumpe, die sich nicht oder nur ungenügend an den Heizbedarf anpassen konnte für den Fall, dass der Bedarf bei warmem Wetter gering ist. Mit der neuen Heizung sind diese Bypässe nicht mehr nötig, da moderne Heizanlagen nicht einfach konstant pumpen, sondern sich dem Bedarf anpassen können. Falls kein Bedarf besteht, stellen sie ab.



Hydraulik

Ich erkläre zuerst die Hydraulik, die unabhängig von der Thermodynamik behandelt werden kann. Dazu müssen die [Kirchhoffschen Gesetze](#) benutzt werden, die auch in der Elektrizität gültig sind. In der Tat ist ein Elektronenstrom in einem Leiter vergleichbar mit einem Rohr, in dem Wasser fließt. Die Stromstärke I entspricht der Wassermenge, die pro Zeit durch das Rohr fließt, die Spannung U dem Wasserdruck und der Ohmsche Widerstand R der inneren Reibung im Rohr. Das 1. Kirchhoffsche Gesetz besagt, dass die Summe aller Ströme an einem Knotenpunkt, wo verschiedene Ströme hin- und wegfließen, sich aufheben muss. Dabei sind hinfließende Ströme positiv und wegfließende negativ. Das ist in Bezug auf die Hydraulik besonders anschaulich, da sich Wasser nicht einfach in Luft auflösen kann, d.h. die bei einem Knotenpunkt hin- und wegfließenden Wassermengen müssen sich logischerweise gegenseitig aufheben.



Für jedes Haus hat es einen Knoten im Vorlauf und einen im Rücklauf (siehe Diagram oben). Bei jedem Knoten treffen vier Leitungen aufeinander: im Vorlauf beim k -ten Knoten trifft der Zufluss I_k vom $(k-1)$ -ten Knoten auf den Abfluss H_k zum Haus, den Abfluss B_k zum Bypass und den Abfluss I_{k+1} zum $(k+1)$ -ten Knoten. Nach dem 1. Kirchhoffschen Gesetz gilt deshalb im Vorlauf für den k -ten Knoten:

$$I_k = H_k + B_k + I_{k+1}$$

Die Situation im Rücklauf beim k -ten Knoten ist ein bisschen anders: es treffen die Zuflüsse I_{k+1} vom $(k+1)$ -ten Knoten, H_k vom Haus und B_k vom Bypass auf den Abfluss I_k zum $(k-1)$ -ten Knoten. Also ändert sich die Gleichung nicht:

$$I_{k+1} + H_k + B_k = I_k$$

Allerdings sind die Drücke im Vor- und Rücklauf nicht die gleichen: der Wasserdruck an jedem Knotenpunkt k wird mit P_k im Vorlauf bzw. mit Q_k im Rücklauf bezeichnet. Wegen dem Druckabfall gilt $P_k > P_{k+1}$ im Vorlauf bzw. $Q_{k+1} > Q_k$ im Rücklauf. Im Abstand vom k -ten Knoten zum nächsten entsteht deshalb der positive Druckabfall $\Delta P_k = P_k - P_{k+1}$ im Vorlauf bzw. $\Delta Q_k = Q_{k+1} - Q_k$ im Rücklauf wegen dem inneren Rohr widerstand R . Dabei wird der Einfachheit halber angenommen, dass die Abstände von der Pumpe zum 1. Haus und von dort zum 2. Haus usw. gleich bleiben.

Es wird auch angenommen, dass der Rohrdurchmesser überall gleich ist, was nicht der Realität entspricht, da dieser kleiner wird in den hinteren Häusern, wie alte Pläne zeigen. Es ist deswegen aber nicht nötig, für jeden

Abschnitt von einem Haus zum anderen einen anderen Widerstand zu berücksichtigen, da auch der Fluss in den hinteren Häusern zunehmend abnimmt je weiter das Haus von der Heizung entfernt ist. Dies wirkt dem Widerstand durch die Verengung des Rohres entgegen. Mit anderen Worten, man darf annehmen, dass die Ingenieure, die die Heizung konzipiert haben, dafür gesorgt haben, dass die Widerstände ungefähr gleich bleiben in jedem Rohrabschnitt. Das [Ohmsche Gesetz](#) ergibt deshalb:

$$I = \frac{U}{R}$$

U ist ein Spannungsabfall über dem Widerstand R . Wie gesagt entspricht in der Hydraulik die Spannung U dem Wasserdruck. Entsprechend muss der Druckabfall in diese Formel eingesetzt werden. Es gibt verschiedene Formeln für den Rohrwiderstand und den Druckabfall. In allen Fällen wird die Geschwindigkeit der Strömung miteinbezogen, die wiederum vom Fluss abhängt. Alle anderen Parameter könnte man ungefähr messen oder ausrechnen, wie z.B. der Rohrdurchmesser, die Länge des Rohres, die Viskosität des Leitungswasser usw. Aber dies wäre viel zu aufwendig, weshalb hier R eine Konstante ist, die in der Simulation über einen sehr grossen Bereich verändert werden kann, weil sie eben unsicher ist und es nur darum geht zu zeigen, dass eine Entfernung der Bypässe in allen Häusern immer einen Vorteil bringt, gleichgültig welches R man wählt. Mit dem 1. Kirchhoffschen und dem Ohmschen Gesetz ergibt dies:

$$I_k = \frac{P_{k-1} - P_k}{R} = \frac{Q_k - Q_{k-1}}{R}$$

$$I_{k+1} = \frac{P_k - P_{k+1}}{R} = \frac{Q_{k+1} - Q_k}{R}$$

Dabei müssen folgende Randbedingungen beachtet werden: für den 1. Knoten ist P_0 der Druck, der von der Hauptpumpe produziert wird, während für das letzte Haus $I_{n+1} = 0$ gilt (wenn angenommen wird, dass n Häuser vorhanden sind), weil dort die Hauptleitung aufhört. Im Simulationsprogramm kann dies damit bewirkt werden, indem $P_{n+1} = P_n$ gesetzt wird. Für den Rücklauf gilt $Q_0 = 0$, mit anderen Worten, der Druck im Rücklauf reicht gerade aus, damit das Wasser wieder zu Hauptpumpe zurückkehren kann. In Wirklichkeit ist dieser Wert ein bisschen höher, aber dies kann für unseren Zweck vernachlässigt werden.

Die Unterstationen haben ein Ventil, das sie verkleinern können, wenn der Druck zu hoch ist und mehr Wasser als nötig in die Häuser fliessen würde. Die Pumpe der Unterstation lässt das Wasser nur im Haus zirkulieren, um den hohen Widerstand der sich durch die Fussböden schlängelnden Leitungen zu überwinden. Deshalb kann dieser Widerstand als gleich Null angesehen werden, weil die Pumpe ihn überwindet und nicht die Hauptpumpe ihn überwinden muss. Die lokale Pumpe kann also kein Wasser ansaugen für den Fall, dass der Druck im Vorlauf zu klein ist. Also entspricht dieses Ventil einem variablen Widerstand R_h . Der Rohrdurchmesser vom Knoten zur Station ist ein bisschen grösser als der Vor- und Rücklauf, wahrscheinlich damit die maximale Grösse des Ventils dem normalen Innendurchmesser entspricht. Die Länge der Leitung vom linken Knoten bis zur Station und von dort wieder zurück zum rechten Knoten beträgt 2 mal 25cm.

Der Widerstand R_b im Bypass ist relativ klein, da der Rohrdurchmesser gleich gross ist wie derjenige der Vor- und Rücklaufrohre und das Rohr sehr kurz ist (ca. 13 cm). Wenn also das Ventil der Station voll geöffnet ist, dann entspricht R_b ungefähr R_h , weil die Rohrlängen und Durchmesser sich nicht wesentlich unterscheiden. Wenn aber die Station das Ventil verkleinern muss, weil der Druck zu gross ist in den nahe bei der Heizung liegenden Häusern, dann wird R_h grösser in Bezug auf R_b und es fliesst mehr Wasser durch den Bypass als durch das Haus.

Es ist nicht nötig, den realen Wert der Widerstände zu kennen, da das Gleichungssystem aus Brüchen besteht, in deren Nenner eben gerade diese Widerstände sind. Es würde die Resultate nicht ändern, wenn das Gleichungssystem mit irgendeiner Zahl multipliziert werden würde. Also kann es gerade so gut auch mit R_h

multipliziert werden, was einer Normierung auf $R_h = 1$ gleichkommt. Also sind nur die relativen Werte der Widerstände zueinander massgebend.

Wenn also R_h gleich oder grösser als R_b ist und $R_h = 1$ gesetzt wird, dann bedeutet dies, dass R_b gleich oder kleiner als 1 ist. Ein hoher Wert von R_b im Vergleich zu R_h wirkt sich positiv auf die Effizienz aus, weil dann weniger Wasser durch die Bypässe verloren geht. Deshalb habe ich für die Simulation angenommen, dass $R_b = 1.5$, weil dies ein konservativer Wert ist, der die Effizienz unterstützt. Das ist ein Wert, den ich gemittelt habe, was aber relativ kompliziert ist, weshalb ich darauf verzichte, dies hier zu präsentieren. Wenn die Simulation zeigt, dass trotz diesem hohen Wert die Hydraulik schlecht funktioniert, dann erst recht mit realistischeren Werten.

Die Einheit der Widerstände ist in $\text{bar h} / \text{m}^3$ ist. Diese Einheit impliziert, dass der Pumpendruck in der Simulation in bar eingegeben werden muss und die Flüsse die Einheit m^3 / h haben. In der Anzeige der Simulation werden die Flüsse in Liter l pro Stunde h angezeigt, indem die originalen Ergebnisse mit 1000 multipliziert werden. Wegen der Normierung sind die Widerstände dimensionslos, weshalb in der Simulation für R keine Einheit angezeigt wird.

H_k und B_k befinden sich in einer sogenannten parallelen Verzweigung (siehe Diagramm), was man sich wie eine Insel in einem Fluss vorstellen kann: der Fluss verzweigt sich und vereint sich wieder weiter unten, während in der Mitte des Flusses eine Insel entsteht. Das Rohrsystem Haus/Bypass ist genau das: der Vorlauf verzweigt sich zur Unterstation, wo es weitergeht ins Haus, und zum Bypass. Dann vereinen sich beide Flüsse wieder im Rücklauf. Nach dem 2. Kirchhoffschen Gesetz gilt deshalb der Druckabfall $P_k - Q_k$ für beide Flüsse. Damit ist

$$H_k = \frac{P_k - Q_k}{R_h} \text{ und } B_k = \frac{P_k - Q_k}{R_b}$$

Was passiert, wenn vor dem Bypass und der Unterstation der Vorlauf gedrosselt wird, so wie das im Winter 24/25 gemacht wurde? Dann vergrössert sich der Widerstand R_p der parallelen Verzweigung. Dafür ist wieder das 2. Kirchhoffsche Gesetz zuständig. Mit den Symbolen der Elektrizität bedeutet dies, dass die Spannung $U_1 = I_1 R_1$ in der ersten Leitung der Verzweigung gleich der Spannung $U_2 = I_2 R_2$ der zweiten Leitung der Verzweigung ist. Nun muss aber in einer Parallelschaltung logischerweise auch der Strom I vor und nach der Verzweigung der gleiche sein, was zu folgender Formel führt:

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow \frac{U}{R} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

weil eben $U = U_1 = U_2$ nach dem 2. Kirchhoffschen Gesetz. In unserem konkreten Fall bedeutet dies, dass

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_h} + \frac{1}{R_b} \Rightarrow \frac{1}{R_b} = \frac{1}{R_p} - \frac{1}{R_h}$$

Wenn nun R_h konstant gehalten wird, was möglich ist wegen der Unterstation, und sich R_p vergrössert wegen der Drosselung vor der Verzweigung, dann wird $1/R_p$ kleiner und somit auch $1/R_b$, was bedeutet, dass R_b grösser wird und deshalb weniger Wasser durch den Bypass fliesst. Da diese Drosselung nur erfolgreich war, weil sie in **allen Häusern** durchgeführt wurde und so den Fluss durch **alle Bypässe** reduziert hat, ist offensichtlich, dass die Bypässe in **allen Häusern** – nicht nur in den hinteren – entfernt werden müssen. Dies würde noch eine viel bessere Wirkung haben, weil diese Massnahme den Fluss nicht nur reduzieren sondern völlig eliminieren würde.

Damit sind alle Formeln auf dem Tisch. Für eine bestimmte Anzahl n an Häusern ergibt dies ein lineares System von $2n$ Gleichungen, das ein Computerprogramm zu den gegebenen Parametern einfach lösen kann. Die Rechnung verkompliziert sich allerdings, wenn eine Deckelung von H_k vorgenommen wird, um nur diejenige

Menge an Wasser durch das Haus fließen zu lassen, die nötig ist. Den Code der JavaScript-Simulation kann ich hier aber nicht diskutieren, weil ich mich mit dieser Sprache nicht auskenne. Ich vertraue aber der KI zu 100%, dass «sie» die Physik für die Simulation korrekt umgesetzt hat, da es nicht das erste Mal ist, dass ich mit Hilfe von KI programmiere. Das hat immer wunderbar geklappt, auch wenn man meistens ein bisschen nachhelfen muss. Ausserdem sind die Zahlen für einige herausgepickte Parameter mit den Ergebnissen von meinem Mathematica-Code identisch, der ohne die komplizierte grafische Darstellung auskommt. Die App kann auf historycycles.org/simulation.html abgerufen werden, wo für die Informatiker unserer STWEG auch der Quellcode angezeigt werden kann.

Thermodynamik

Um die Mehrkosten durch die Bypässe einschätzen zu können, muss der thermische [Wirkungsgrad](#) der Heizung benutzt werden. Als Vergleich kann der [Carnot-Kreisprozess](#), der gültig ist für viele Verbrennungsmotoren wie Autos, herangezogen werden. Der maximal mögliche Wirkungsgrad für solche Prozesse ist

$$\eta_c = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

wobei T_1 die Temperatur des Explosionsgases im Motor und T_2 diejenige der Umgebung ist. Daran erkennt man, dass der Wirkungsgrad umso höher ist, desto tiefer T_2 ist. Mit anderen Worten, er erhöht sich mit einem grossen Temperaturunterschied zwischen Motor und der Umgebung im Winter und verkleinert sich mit einem kleineren Unterschied im Sommer. Deshalb lässt dies einen Physiker sofort aufhorchen, wenn von einer Heizung die Rede ist, bei der Wasser ungeheizt zurück zur Heizung fliesst, denn dies reduziert den Temperaturunterschied zwischen ausgehendem und rückfliessendem Heizungswasser. Aber der Wirkungsgrad eines Carnot-Kreisprozesses kann nicht 1:1 auf denjenigen einer Heizung angewendet werden.

Der Gesamtwirkungsgrad η einer Heizung ist das Produkt von mehreren Wirkungsgraden, die miteinander multipliziert werden müssen: der Wirkungsgrad des Kessels η_k , der Wärmeübertragung in den unterirdischen Rohren zu den Häusern η_r usw. Dies sind mehr oder weniger unbekannte Grössen, obschon bekannt ist, dass moderne Anlagen Kesselwirkungsgrade von über 80% haben. Der Wirkungsgrad η_f der Wärmeübertragung von den Rohren der Fussböden in die Wohnräume kann aber berechnet werden, weil die Vor- und Rücklauftemperatur von den Thermometern der Unterstationen ungefähr bestimmt werden können.

Dieser Wirkungsgrad berechnet sich wie folgt: der Einfachheit halber werden alle 20 Reihenhäuser zu einem Haus zusammengeschlossen mit einer einzigen Unterstation. Während das Heizwasser durch die Fussböden fliesst, wird in der Zeit Δt eine bestimmte Wärmemenge ΔQ an die Räume abgegeben. Die Temperatur des Heizwassers sinkt dabei von T_1 (Vorlauftemperatur) auf T_2 (Rücklauftemperatur). Für den Wärmeaustausch in den Fussbodenrohren ist der Wirkungsgrad das Verhältnis zwischen der durch die zu beheizenden Räume aufgenommenen Wärme und der Wärme, die maximal abgegeben werden kann. Die aufgenommene Wärme ist

$$\Delta Q = c(T_1 - T_2)\Delta m$$

Dabei ist c die [spezifische Wärmekapazität](#) von Wasser und Δm die Masse des Wasser, die in der Zeit Δt im Haus umgewälzt wird, wobei es sich von T_1 auf T_2 abkühlt. Eine maximale Wärmeübertragung $\Delta Q_{\max}$ wird dann erreicht, wenn sich das Heizwasser auf die Raumtemperatur T_r abkühlt, wobei $T_1 \geq T_2 \geq T_r$. Das ist aber ein Idealfall, der nicht erreichbar ist. Demzufolge haben wir:

$$\Delta Q_{\max} = c(T_1 - T_r)\Delta m$$

Daraus folgt:

$$\eta_f = \frac{Q}{Q_{\max}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_r} \quad (\text{das } f \text{ steht für Fussboden})$$

Mit der Annahme eines unbekannten Wirkungsgrades η , im System ist damit der Gesamtwirkungsgrad

$$\eta = \underbrace{\eta_k \cdot \eta_r \cdot \eta_f}_{\alpha} = \alpha \eta_f$$

mit einer unbekannten Grösse α . Dieser Gesamtwirkungsgrad ist das Verhältnis zwischen der Nutzleistung $P_2 = dE_2/dt$, wobei die Nutzenergie dE_2 in den Häusern als Heizwärme pro Zeit dt abgegeben wird, und der Verbrauchsleistung $P_1 = dE_1/dt$, wobei die Energie dE_1 durch Ölverbrennung pro Zeit dt erzeugt wird (bitte diese Leistungen nicht mit den Drücken der Hydraulik verwechseln). Dies ergibt:

$$\eta = \alpha \eta_f = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow P_1 = \frac{P_2}{\alpha \eta_f}$$

Nach der Abkühlung von T_1 auf T_2 erwärmt sich das Wasser wieder von T_2 auf T_2^b , weil dem Rücklauf nach dem Austritt aus den Fussböden durch den Bypass direkt warmes Vorlaufwasser (ohne die Häuser zu heizen) zugemischt wird. Wenn angenommen wird, dass sich die Aussen- und Raumtemperatur nicht ändern, dann verändert sich auch die Nutzleistung P_2 nicht, gleichgültig ob mit oder ohne Bypass. Das bedeutet, dass auch die Temperatur T_1 des in den Häusern ankommenden Vorlaufwasser unverändert bleiben muss, weil der Bedarf an Heizwärme gleich bleiben soll (unter der vorläufigen Annahme, dass sich die Aussentemperatur nicht ändert). Die Leistung der Heizung P_1 ohne Bypass erhöht sich aber auf P_1^b mit Bypass.

Auch die unbekannte Grösse α ohne Bypass verändert sich mit Bypass zu α_b . Aber nicht zu Gunsten einer höheren Energieeffizienz. Im Gegenteil: in den unterirdischen Rohren z.B. wird Wärme vom Rücklaufwasser an den Boden übergeben, was sich negativ auf die Effizienz auswirkt. Auch der Wirkungsgrad des Kessels verliert an Effizienz. Also kann angenommen werden, dass $\alpha > \alpha_b$. Das ergibt den Wirkungsgrad mit Bypass:

$$\eta_b = \alpha_b \frac{T_1 - T_2^b}{T_1 - T_r} = \frac{P_2}{P_1^b} \Rightarrow P_2 = \alpha_b \frac{T_1 - T_2^b}{T_1 - T_r} P_1^b$$

Einsetzen von diesem Resultat in obiges P_1 ergibt:

$$P_1 = \frac{P_2}{\alpha \eta_f} = \frac{\alpha_b \frac{T_1 - T_2^b}{T_1 - T_r} P_1^b}{\alpha \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_r}} = \frac{\alpha_b}{\alpha} \cdot \frac{T_1 - T_2^b}{T_1 - T_2} P_1^b < \frac{T_1 - T_2^b}{T_1 - T_2} P_1^b$$

Die Leistung der Heizung mit Bypass erhöht sich folglich auf:

$$P = P_1^b - P_1 > P_1^b - \frac{T_1 - T_2^b}{T_1 - T_2} P_1^b = \left(1 - \frac{T_1 - T_2^b}{T_1 - T_2}\right) P_1^b = \dots = \frac{T_2^b - T_2}{T_1 - T_2} P_1^b$$

Um die zusätzlich zu produzierende Energie ΔP dieser Erhöhung mit Bypass für die ganze Heizperiode zu berechnen, muss die Funktion $P = P(t)$, die jetzt abhängig von der Aussentemperatur für einen gegebenen Tag sein soll, über n Tage vom ersten Tag t_1 bis zum letzten Tag t_n der Heizperiode integriert werden:

$$\Delta P = \int_{t_1}^{t_n} P(t) dt > \int_{t_1}^{t_n} \frac{T_2^b - T_2}{T_1 - T_2} P_1^b(t) dt$$

Nach dem [Newtonschen Abkühlungsgesetz](#) ist die Wärmeabgabe pro Zeit eines Körpers an eine Umgebung, dessen Temperatur durch die Aufnahme dieser Wärme nicht verändert wird, proportional zur Differenz

zwischen der Temperatur des Körpers und der Umgebung. Also ist die Wärmeabgabe eines Hauses an die Erdatmosphäre (die dadurch nicht erwärmt wird) proportional zur Differenz zwischen Raum- und Aussentemperatur. Deshalb kann angenommen werden, dass die Heizleistung $P_1^b(t)$, die die Raumtemperatur konstant hält, linear abhängig von der Aussentemperatur $x(t)$ ist. Wenn $x(t)$ abnimmt, muss $P_1^b(t)$ zunehmen. Ausserdem kann angenommen werden, dass $P_1^b(t) = 0$ wenn es draussen 20°C warm ist am Anfang t_1 und am Ende t_n der Heizperiode:

$$P_1^b(t) = v - u x(t) \Rightarrow P_1^b(x(t_1) = x(t_n) = 20^\circ\text{C}) = v - 20u = 0 \\ \Rightarrow v = 20u \Rightarrow P_1^b(t) = 20u - u x(t) = u(20 - x(t))$$

Der Parameter u muss also noch bestimmt werden. Dazu muss der jährliche Gesamtenergieverbrauch mit Bypass berechnet werden für eine Heizperiode mit bekannten Kosten G_u und bekannten t_1'' sowie t_n'' :

$$G_u = \int_{t_1''}^{t_n''} P_1^b(t) dt = u \int_{t_1''}^{t_n''} (20 - x_u(t)) dt \Rightarrow u = \frac{G_u}{\int_{t_1''}^{t_n''} (20 - x_u(t)) dt}$$

Des weiteren müssen die Temperaturen T_1 und T_2 geschätzt werden. Nach Absprache mit Jürg Koch sind diese auch linear abhängig von der Aussentemperatur x , was plausibel ist, weil auch P_1^b linear von x abhängt wegen dem [Newtonschen Abkühlungsgesetz](#). Es gilt $T_1 = T_2 = 20^\circ\text{C}$ bei $x(t_1) = x(t_n) = 20^\circ\text{C}$ sowie $T_1 = 50^\circ\text{C}$ und $T_2 = 40^\circ\text{C}$ bei $x = -10^\circ\text{C}$. Das ergibt

$$T_1(x) = 40 - x \text{ und } T_2(x) = \frac{100}{3} - \frac{2}{3}x$$

Da immer $T_2 < T_2^b < T_1$ gelten muss für jede Aussentemperatur x , ist es naheliegend, für $T_2^b(x)$ auch eine Gerade zu definieren, die immer zwischen den Geraden $T_1(x)$ und $T_2(x)$ liegt. Da diese Geraden sich im Punkt $(20, 20)$ schneiden, muss auch $T_2^b(x)$ durch diesen Punkt gehen. Damit ergibt sich

$$T_2^b(x) = ax + b \Rightarrow T_2^b(20) = 20a + b = 20 \\ \Rightarrow b = 20 - 20a \Rightarrow T_2^b(x) = a(x - 20) + 20$$

mit einer Steigung a zwischen denjenigen von $T_1(x)$ und $T_2(x)$:

$$-1 < a < -2/3$$

Wenn alle Geradengleichungen in den Bruch für die Berechnung von B eingesetzt werden, ergibt sich

$$\frac{T_2^b - T_2}{T_1 - T_2} = \frac{(a(x - 20) + 20) - (100/3 - 2/3x)}{(40 - x) - (100/3 - 2/3x)} = \dots = -(2 + 3a)$$

Dieser positive Term ist also unabhängig von x , was die Rechnung enorm vereinfacht. Als nächstes muss eine Schätzung von a gemacht werden. Dazu muss der Mischmechanismus der Flüsse durch den Bypass und dem Rücklauf verstanden werden: nach der [Mischregel](#) ist die abgegebene Energie eines warmen Körpers gleich der aufgenommenen Energie des kalten Körpers, wenn diese miteinander in Kontakt kommen und Wärme austauschen können. Dies gilt auch für Flüssigkeiten. Wie schon weiter oben erklärt, ist die Erhöhung der Wärmeenergie ΔQ eines Körpers mit der Masse m , der [spezifischen Wärmekapazität](#) c von Wasser bei einer Erhöhung ΔT der Temperatur des Körpers

$$\Delta Q = c m \Delta T$$

Wenn sich also warmes Wasser mit der Masse m_w und der Temperatur T_w mit kaltem Wasser der Masse m_k und der Temperatur T_k mischt, wobei das Wasser nach der Mischung die Temperatur T_m hat, gilt

$$\begin{aligned}\Delta Q_w &= c m_w (T_w - T_m) = \Delta Q_k = c m_k (T_m - T_k) \\ \Rightarrow m_w (T_w - T_m) &= m_k (T_m - T_k) \\ \Rightarrow \frac{m_w}{m_k} &= \frac{T_m - T_k}{T_w - T_m}\end{aligned}$$

Wie wir oben gesehen haben, ist nach dem 2. Kirchhoffschen Gesetz der Druckabfall ΔP in einer Parallelverzweigung für beide Verzweigungen gleich gross. Also haben wir für den Fluss H durch das Haus und den Fluss B durch den Bypass

$$H = \frac{\Delta P}{R_h} \text{ und } B = \frac{\Delta P}{R_b} \Rightarrow \frac{B}{H} = \frac{\frac{\Delta P}{R_b}}{\frac{\Delta P}{R_h}} = \frac{R_h}{R_b}$$

Gleichzeitig sind die Flüsse Wassermassen, die pro Zeit Δt durch die Rohre fliessen. Also ergibt sich damit

$$\frac{B}{H} = \frac{\frac{m_b}{\Delta t}}{\frac{m_h}{\Delta t}} = \frac{m_b}{m_h} = \frac{R_h}{R_b}$$

Jetzt müssen den Parametern nur noch andere Namen gegeben werden:

$$T_w \rightarrow T_1 \text{ und } T_k \rightarrow T_2 \text{ sowie } T_2^b \rightarrow T_m$$

Dies ergibt

$$\frac{m_w}{m_k} = \frac{T_m - T_k}{T_w - T_m} \rightarrow \frac{m_b}{m_h} = \frac{R_h}{R_b} = \frac{T_m - T_2}{T_1 - T_m}$$

Im Folgenden werde ich der Einfachheit halber R_h/R_b mit r bezeichnen. Da wir die Geradengleichungen für die Temperaturen bereits haben, können wir diese in r einsetzen:

$$r = \frac{T_m - T_2}{T_1 - T_m} = \frac{(a(x-20)+20) - (100/3 - 2/3x)}{(40-x) - (a(x-20)+20)} = \dots = -\frac{2+3a}{3+3a}$$

Auch r ist also unabhängig von x . Eine kleine Umformung dieser Gleichung zeigt, dass

$$a = -\frac{2+3r}{3+3r}$$

und

$$\frac{T_2^b - T_2}{T_1 - T_2} = -(2+3a) = \frac{r}{r+1}$$

Wenn $a = -1$ in r eingesetzt wird, ergibt sich 0 im Nenner, also eine unendliche Grösse. Dies bedeutet, dass R_h unendlich gross ist und als nichts durch das Haus fliesst, z.B. wenn die Unterstation geschlossen ist. Dann fliesst alles Wasser durch den Bypass. Wenn $a = -2/3$ in r eingesetzt wird, ergibt sich $r = 0$. Dies bedeutet, dass R_b unendlich gross ist, was nur möglich ist, wenn der Bypass geschlossen ist. Wenn das Ventil der Unterstation voll offen ist, fliesst etwa gleich viel Wasser durch das Haus und den Bypass, weil die Rohrdurchmesser und die Längen für beide Verzweigungen annäherungsweise gleich sind. Dabei darf der sehr hohe Widerstand der sich durch die Fussböden schlängelnden Leitungen nicht berücksichtigt werden, weil die

Pumpe der Unterstation diesen überwindet. Wenn also gleich viel Wasser durch das Haus und den Bypass fliesst, dann muss die Mischtemperatur $T_2^b = T_m$ genau in der Mitte von T_1 und T_2 liegen. Mit anderen Worten:

$$T_m = \frac{T_1 + T_2}{2} = \dots = \frac{5}{6}(44 - x) = a(x - 20) + 20 \Rightarrow a = -\frac{5}{6}$$

Man kann einfach zeigen, dass in dem Fall $r = 1$. Also liegt r für realistische Werte zwischen 0 und 1. Also haben wir schliesslich

$$P > \frac{T_2^b - T_2}{T_1 - T_2} P_1^b = u \frac{r}{r + 1} (20 - x)$$

Wenn dies von t_1 bis t_n integriert wird, erhalten wir die gesamte Mehrleistung

$$\Delta P = \int_{t_1}^{t_n} P(t) dt > u \frac{r}{1 + r} \int_{t_1}^{t_n} (20 - x(t)) dt = \frac{r}{1 + r} G_u \frac{\int_{t_1}^{t_n} (20 - x(t)) dt}{\int_{t_1''}^{t_n''} (20 - x_u(t)) dt}$$

Da der Energieverbrauch proportional zur Masse des verbrannten Heizöls und dessen Heizwert ist, haben wir $\Delta P \sim \Delta K$ mit ΔK den zusätzlichen jährlichen Heizkosten mit Bypass sowie $G_u \sim K_u$ mit K_u den bekannten jährlichen Gesamtkosten mit Bypass, die in der Heizperiode 24/25 ungefähr CHF 16'000 betragen haben und von etwa t_1'' entsprechend Ende September bis t_n'' entsprechend Mitte Mai gedauert hat. Also kann auf beiden Seiten obiger Ungleichung diese positive Proportionalitätskonstante weggekürzt werden. Daraus ergibt sich:

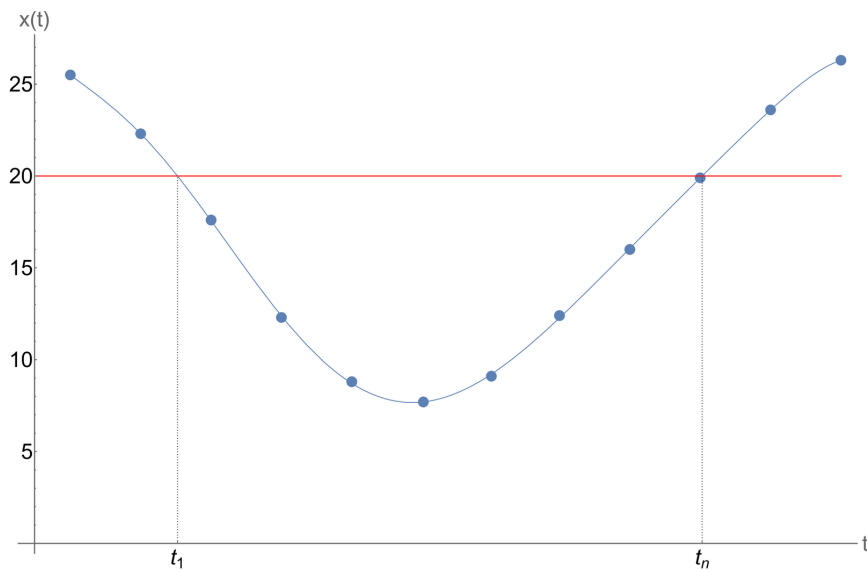
$$\Delta K > \frac{r}{1 + r} K_u \frac{\int_{t_1}^{t_n} (20 - x(t)) dt}{\int_{t_1''}^{t_n''} (20 - x_u(t)) dt}$$

Da sowohl im Zähler als auch im Nenner dieses Bruches Zeiten angegeben sind, spielt es keine Rolle, welche Einheit die Zeit hat, vorausgesetzt es werden oben und unten vom Bruchstrich die gleichen Einheiten benutzt. Hier werden Tage verwendet.

Damit kommen wir zu der Aussentemperatur x als Funktion der Zeit t . Dazu habe ich Daten vom «Atlas der Schweiz 3» ausgewertet, wo Klimadaten an einem beliebigen Ort in der ganzen Schweiz abgelesen werden können, unter anderem die mittleren monatlichen Tagestemperaturen. Da uns die Heizperiode interessiert, habe ich damit eine $x(t)$ -Kurve von Mitte August bis Mitte Juli für Astano erstellt. Dabei muss berücksichtigt werden, dass dies Temperaturen im Schatten sind. Die Häuser sind aber an einer Südlage und erhalten während der Heizperiode viel Sonne. Ausserdem stammen diese Daten aus den Jahren von 1961 bis 1990. Also muss auch die Klimaerwärmung berücksichtigt werden. Eine solche Rechnung auszuführen ist einfacher als es scheint, denn man kennt ja ungefähr die Länge der Heizperiode von etwa Anfang Oktober bis Mitte Mai. Also muss gelten:

$$x(t_1 \approx \text{Anfangs Oktober}) = x(t_n \approx \text{Mitte Mai}) = 20^\circ \text{C}$$

Damit kann man ein Δx bestimmen, das jeder monatlichen Durchschnittstemperatur hinzugefügt werden muss, um der Südlage und der Klimaerwärmung gerecht zu werden. Mit Mathematica habe ich mit den so erhaltenen Temperaturdaten ein «Fit» gemacht. Mit anderen Worten, $x(t)$ wird als Polynom definiert und deren Koeffizienten so ermittelt, dass $x(t)$ diese Messwerte genau wiedergibt. Anstatt einer Reihe von durchschnittlichen Messpunkte in der Mitte eines Monats ergibt dies eine stetige Kurve, die integriert werden kann.



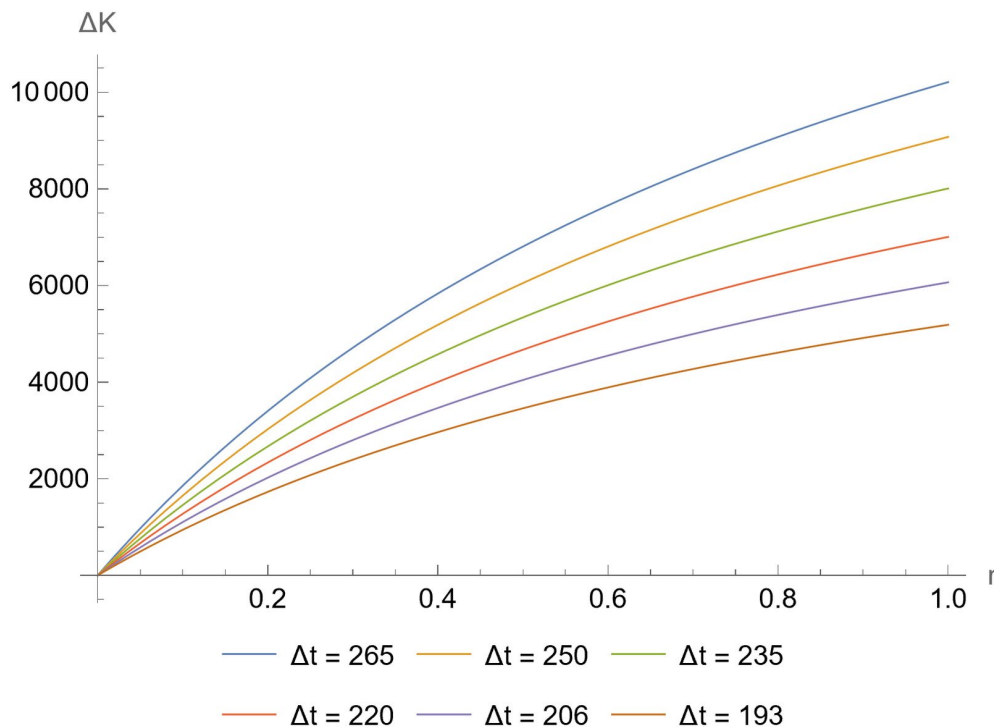
Die Aussentemperatur x ist eine Unsicherheit in dieser Rechnung, da sie jedes Jahr anders verläuft. Deshalb müssen dafür verschiedene minimale und maximale Werte eingesetzt werden, um die Mehrkosten einzugrenzen. Ich habe deshalb verschieden Szenarien in Abhängigkeit von der Länge $\Delta t = t_n - t_1$ der Heizperiode berechnet: eine kurze Periode bedeutet ein milder Winter, eine lange Periode ein strenger Winter.

Die untenstehende Graphik zeigt die Mehrkosten ΔK für verschiedene Aussentemperaturen entsprechend der Länge Δt der Heizperiode, während r zwischen 0 und 1 liegt, wie oben besprochen. Wie man sieht, entstehen keine Mehrkosten, wenn $r = 0$. Dies ist nur dann der Fall, wenn R_b unendlich gross ist, d.h. wenn der Bypass geschlossen ist. Mit anderen Worten, **es ist unmöglich, dass keine Mehrkosten anfallen, solange die Bypässe offen sind**. Auch ein nur sehr kleines r mit unbedeutenden Mehrkosten ist unrealistisch, da die Rohrdimensionen des Bypasses sich nicht gross unterscheiden von denjenigen des Vorlaufrohrs vom ersten Knoten zur Unterstation und des Rücklaufrohrs von der Unterstation wieder zurück zum zweiten Knoten.

Ich habe Google AI darum gefragt, mir die Heizkosten mit einer modernen Ölheizung zu schätzen, indem ich die folgenden Daten pro Haus zu je fünf Wohnungen geliefert habe:

- Dimensionen eines Hauses: ca. $20 \times 11 \times 8$ m
- Dach: schlecht isoliert (8 cm)
- Mauern: hauptsächlich YTONG mit einer Dicke von 35 cm (inklusive Putz)
- Fenster: von der Decke bis zum Boden, Breite ca. 2m, südlich 15, nördlich 10
- Lage: in Astano an einer Südlage auf 650m Höhe
- Ferienhäuser: 50% meistens nur bis 18° geheizt, selten besetzt

Google meint, dass die Kosten für alle vier Häuser der Siedlung nur etwa CHF 10'000 bis CHF 11'000 pro Saison betragen sollten. Also kann man annehmen, dass die Mehrkosten sich bei CHF 4000 bis CHF 5000 bewegen, was nach der Grafik ungefähr einem r von 0.5 entspricht.



Es fragt sich nun, ob mit der neuen Heizung die Bypässe entfernt werden können, ohne dass Probleme auftreten. Dazu habe ich Daniele Casalini schon vor über einem Jahr kontaktiert. Er denkt, dass die Bypässe nicht entfernt werden sollten, weil sich seiner Ansicht nach mit der neuen Heizung nichts geändert habe. Dies ist unwahrscheinlich, da die Häuser schon über 30 Jahre alt sind. Da Bypässe eingebaut wurden, ist anzunehmen, dass die erste Pumpe konstant gepumpt hat oder nur sich nur bedingt an den Bedarf anpassen konnte. Da dies also zu Problemen geführt hätte, musste das Wasser über die Bypässe entweichen, wenn kein Bedarf an Heizwasser bestand. Seine Haltung ist wohl auch: bei Ungewissheit besser alles so lassen, wie es ist. Ich habe deshalb auch ELCO kontaktiert und präzisere Fragen gestellt:

- Frage: «Handelt es sich bei der Ölheizung um einen modulierenden Brenner (stufenlos), der sich der aktuellen Last anpassen kann?»
Antwort: «Nein, es handelt sich um einen Zweistufenbrenner.»
- Frage: «Hat die interne Umwälzpumpe eine Differenzdruckregelung?»
Antwort: «Ja, die (externe) Pumpe ist mit einer Regelungslogik für variablen Druck ausgestattet.»
- Frage: «Verfügt die Heizung über Temperaturschutzfunktionen?»
Antwort: «Der Heizkessel erfordert keine Mindestbetriebstemperatur. Die Vorlauftemperatur wird in Abhängigkeit von der Außentemperatur moduliert und durch ein Sicherheitsthermostat begrenzt. Bitte beachten Sie, dass ELCO keine Steuerung der Unterstationen sowie der Temperaturen innerhalb der einzelnen Wohneinheiten übernimmt.»
- Frage: «Gibt es andere Gründe, weshalb der Bypass entfernt (oder nicht) werden könnte?»
Antwort: «Da eine modulierende Pumpe vorhanden ist, sollte eine eventuelle Entfernung des Bypasses den Betrieb der Pumpe nicht beeinträchtigen. Allerdings können wir weder eine wirtschaftliche Einsparung noch die einwandfreie Funktion der Anlage (insbesondere den hydraulischen Abgleich) ohne Bypass garantieren. In diesem Zusammenhang empfehlen wir Ihnen, sich mit dem zuständigen Installateur oder einem Fachplaner abzustimmen.»

Ich habe auch mit Hersperger von Turbosar mehrmals diskutiert. Er hat mir unmissverständlich erklärt, dass die Unterstationen nicht auf die Bypässe angewiesen sind. Er hat dies dem Ausschuss auch mitgeteilt. Es ist

also offensichtlich, dass die Bypässe nicht geringe Zusatzkosten verursachen, abgesehen von den elektrischen Mehrkosten, die sich durch das sinnlose zusätzliche Pumpen des Heizwassers durch die Bypässe ergeben. Auch der vorzeitige Verschleiss der Pumpe dadurch sollte beachtet werden. Und wie die Simulation zeigt, sind sie auch hauptsächlich für das Problem mit dem Druckabfall in den von der Heizung weiter entfernten Häuser verantwortlich. Falls eine Mehrheit der Eigentümer trotzdem Bedenken hat, könnte man die Bypässe mit Drosseln ersetzen. Falls sich Probleme bei geschlossenen Drosseln ergeben sollten, könnte man sie einfach wieder leicht öffnen. Aber ich sehe keinen plausiblen technischen Grund, warum dies nötig sein sollte. Wenn der Ausschuss eine gegenteilige Meinung hat, dann soll er eine Erklärung liefern, die mathematisch/physikalisch das Gegenteil beweist. Im übrigen wäre eine Entfernung der Bypässe nahezu kostenlos. Jeder Eigentümer könnte dies bewerkstelligen mit Material aus dem Jumbo. Falls erwünscht, könnte ich vorbeikommen und es gratis machen. Die Materialkosten wären verschwindend klein.